Les puissances de 10

1. Les puissances de 10 : Définition

puissance	Opération associée	Ecriture décimale	*préfixe*
10^{12}			*téra*
10^{9}		1 000 000 000	*giga*
10^{8}		100 000 000	
10^{7}		10 000 000	
10^{6}		1 000 000	*méga*
10^{5}		100 000	
10^{4}		10 000	
10^{3}	$10 \times 10 \times 10$	1 000	*kilo*
10^{2}	10×10	100	*hecto*
10^{1}		10	*déca*
10^{0}		1	
10^{-1}		0, 1	*déci*
10^{-2}		0, 01	*centi*
10^{-3}		0, 001	*milli*
10^{-4}		0, 000 1	
10^{-5}		0, 000 01	
10^{-6}		0, 000 001	*micro*
10^{-7}		0, 000 000 1	
10^{-8}		0, 000 000 01	
10^{-9}		0, 000 000 001	*nano*

a. Exposant positif

Pour $n > 1$, (n étant un entier), le produit de n facteurs égaux à 10 est noté $\mathbf{10^n}$.

$$\boxed{10^{n} = \underbrace{10 \times \ldots\ldots\ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{0 \ldots\ldots\ldots 0}_{n \text{ zéros}}}$$

On lit « **10 puissance *n*** » ou « **10 exposant *n*** » .

Exemple : $10^{2} = 10 \times 10 = 100$ — 10^{2} se lit aussi « *10* au car ré »

$10^{3} = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ — 10^{3} se lit aussi « *10* au cube ».

Convention :

$10^{1} = 10$	$10^{0} = 1$

b. Exposant négatif

10^{-n} est l'inverse de 10^{n}

$$\boxed{10^{-n} = \frac{1}{10^{n}} = 0,0\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1}$$

Le 1 est au n^{e} rang après la virgule

Exemple : $10^{-4} = \dfrac{1}{10^{4}} = \dfrac{1}{10\ 000} = 0{,}000\ 1$

2. Opérations sur les puissances de 10

Dans tout ce paragraphe, m et n sont des entiers relatifs.

a. Produit de deux puissances

$$\boxed{10^{m} \times 10^{n} = 10^{m+n}}$$ *on ajoute les exposants*

Exemples $\quad 10^2 \times 10^3 = \underbrace{10 \times 10} \times \underbrace{10 \times 10 \times 10} = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = 10^5$

$$10^5 \times 10^{-2} = 10^5 \times \frac{1}{10^2} = \frac{10^5}{10^2} = \frac{10. \times 10. \times 10. \times 10. \times 10}{10. \times 10} = 10^3$$

b. Quotient de deux puissances

$$\boxed{\frac{10^{m}}{10^{n}} = 10^{m-n}}$$ *on soustrait les exposants*

Exemples $\quad \dfrac{10^2}{10^5} = 10^2 \times \dfrac{1}{10^5} = 10^2 \times 10^{-5} = 10^{2+(-5)} = 10^{2-5} = 10^{-3}$

Ou encore $\quad \dfrac{10^2}{10^5} = \dfrac{10. \times 10}{10. \times 10. \times 10. \times 10. \times 10} = \dfrac{1}{10^3} = 10^{-3}$

c. Puissance puissances

$$\boxed{(10^{m})^{n} = 10^{m \times n}}$$ *on multiplie les exposants*

Exemple : $\quad (10^2)^3 = 10^2 \times 10^2 \times 10^2 = \underbrace{10 \times 10} \times \underbrace{10 \times 10} \times \underbrace{10 \times 10} = 10^6$

d. Addition - soustraction

Il n' a aucune règle ! Retour à l'écriture décimale.

Exemple : $\quad 10^4 + 10^{-2} - 10^{3} = 10\,000 + 0,01 - 1\,000 = 9\,000,01$

3. Notation scientifique

La notation scientifique d'un nombre est l'unique écriture sous la forme $\mathbf{a \times 10^{n}}$ où :

a est un nombre décimal avec un seul chiffre, autre que 0 avant la virgule

n désigne un entier positif non nul.

Exemples :

$\underbrace{158\,000}_{\textit{5 chiffres avant la virgule}} = \mathbf{1},58 \times 10^{\mathbf{5}}$ $\qquad$ $\underbrace{0,000\,008}_{\textit{6 chiffres après la virgule}}4 = \mathbf{8},4 \times 10^{\mathbf{-6}}$

un seul chiffre non nul

$A = 254,7 \times 10^{-8}$
$A = 2,547 \times 10^{2} \times 10^{-8}$
$A = 2,547 \times 10^{2-8}$
$A = 2,547 \times 10^{-6}$

On transforme 254,7 en écriture scientifique.

On applique les règles de calculs des puissances.

La notation scientifique permet d'écrire des nombres très petits ou bien très grands en particulier en sciences.
Cette notation est aussi utilisée par les calculatrices scientifiques lorsque le résultat dépasse leur capacité d'affichage.

La notation scientifique permet aussi de donner un ordre de grandeur d'un nombre.

Exemple : *la vitesse de la lumière dans le vide est de 299 792 458 m/s soit environ 3×10^{8} m/s.*

Préfixe

Remarque

On utilise des préfixes pour simplifier le nom et l'écriture de mesures exprimées en puissances de 10 de certaines unités.